



МАТЕМАТИЧЕСКА ГИМНАЗИЯ „АКАДЕМИК КИРИЛ ПОПОВ“

4001 Пловдив, ул. „Чемшир“ № 11, e-mail: omg_plovdiv@abv.bg, www.omg-bg.com

ТУРНИР ПО МАТЕМАТИКА „РУМЕН ГРОЗДАНОВ“

23 февруари 2019 г.

ОТГОВОРИ – VII клас

От 1 до 8 задача - по 2 точки

1. В
2. Г
3. Б
4. Б
5. Г
6. А
7. В
8. А

От 9 до 17 задача - по 3 точки

9. Б
10. А
11. А
12. В
13. Г
14. Б
15. А
16. В
17. В

18. 1) ДА

2) ДА

3) НЕ

19. – 115

20. а) 33:136

б) 988 литра

21. I банка – 6000 лева

II банка – 12000 лева

22. (1) общ

(2) $\sphericalangle AOD = 78^\circ$

(3) $\sphericalangle AON = 26^\circ$

(4) $\sphericalangle NOD = 52^\circ$

(5) перпендикулярни

Решение на задача 23.

$$\begin{aligned} & (2x+a)(x-1)-(x-2)^3 = \\ & = 2x^2 + ax - 2x - a - x^3 + 6x^2 - 12x + 8 = \\ & = -x^3 + 8x^2 + (a-14)x - a + 8 \end{aligned}$$

$$a - 14 = -1 \Rightarrow a = 13$$

$$\begin{aligned} b &= \frac{(-7)^3 \cdot 21^5 \cdot 3^{-4} \cdot 16}{(-2)^3 \cdot 49^4} = \frac{-7^3 \cdot 7^5 \cdot 3^5 \cdot 3^{-4} \cdot 2^4}{-2^3 \cdot 7^8} = \\ &= \frac{7^8 \cdot 3 \cdot 2^4}{7^8 \cdot 2^3} = 2 \cdot 3 = 6 \Rightarrow b = 6 \end{aligned}$$

$$\frac{k}{2} \text{ цяло число} \Rightarrow k \text{ е четно число (1)}$$

$$\frac{20}{k} \text{ цяло число} \Rightarrow k \text{ е делител на } 20 \text{ (2)}$$

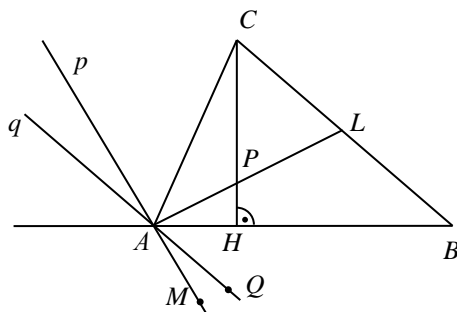
$$\text{От (1) и (2)} \Rightarrow k \in \{\pm 2, \pm 4, \pm 10, \pm 20\}$$

Най-малката стойност на k е -20 .

$$13x + 6 = -20 \Rightarrow 13x = -26 \Rightarrow x = -2$$

Решение на задача 25.

I случай $\sphericalangle ALC = 72^\circ$



А) Разглеждаме $\triangle AHP$

$$\sphericalangle APH = 58^\circ, \sphericalangle AHP = 90^\circ \Rightarrow \sphericalangle PAH = 32^\circ$$

$$AL \text{ е ъглополовяща на } \sphericalangle BAC \Rightarrow \sphericalangle BAC = 2 \cdot \sphericalangle PAH = 64^\circ$$

$$\sphericalangle ALC \text{ е външен за } \triangle ALB \Rightarrow \sphericalangle PAH + \sphericalangle ABC = \sphericalangle ALC \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 32^\circ + \sphericalangle ABC = 72^\circ \Rightarrow \sphericalangle ABC = 40^\circ$$

$$\text{Разглеждаме } \triangle ABC \sphericalangle ACB = 180^\circ - \sphericalangle ABC - \sphericalangle BAC = 76^\circ$$

$$\text{Б) } AL \text{ и } p \text{ са ъглополовящи на съседни ъгли} \Rightarrow \sphericalangle LAM = 90^\circ$$

$$q \parallel BC \Rightarrow \sphericalangle ABC = \sphericalangle BAQ = 40^\circ$$

$$\sphericalangle MAQ = \sphericalangle MAL - \sphericalangle BAQ - \sphericalangle HAP = 90^\circ - 40^\circ - 32^\circ = 18^\circ$$

Решение на задача 24.

А) Лодката се движи срещу течението, а салът – по течението т. е. те се движат в противоположни посоки.

$$\Rightarrow S_{\text{сал}} + S_{\text{лодка}} = 12$$

Нека скоростта на течението означим с x км/ч, $x > 0$

$$\Rightarrow S_{\text{сал}} = \frac{75}{60}x = \frac{5}{4}x \text{ и } S_{\text{лодка}} = \frac{75}{60} \cdot 8 = \frac{5}{4} \cdot 8 = 10$$

$$\Rightarrow \frac{5}{4}x + 10 = 12 \Rightarrow \frac{5}{4}x = 2 \Rightarrow x = 1,6 \text{ км/ч}$$

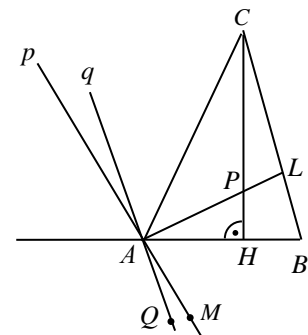
Скоростта на лодката по течението е равна на скоростта срещу течението увеличена с удвоената скорост на течението т. е. $8 + 2 \cdot 1,6 = 11,2$ км/ч.

Б) Когато лодката смени посоката си за да настигне сала, разстоянието между тях е 12 км. $\Rightarrow S_{\text{сал}} + 12 = S_{\text{лодка}}$

Нека лодката настига сала след y часа, $y > 0$.

$$\Rightarrow 1,6y + 12 = 11,2y \Rightarrow 9,6y = 12 \Rightarrow y = \frac{5}{4} \text{ ч.} = 1 \text{ ч } 15 \text{ мин}$$

II случай $\sphericalangle ALB = 72^\circ$



А) Аналогично на I случай $\sphericalangle BAC = 64^\circ$

Сега $\sphericalangle ALB = 72^\circ$ е външен за $\triangle ALC$ и по аналогичен начин се получава, че

$$\sphericalangle ACB = 40^\circ, \text{ а } \sphericalangle ABC = 76^\circ$$

Б) Сега правите p и q си разменят местата и $\sphericalangle QAM = \sphericalangle BAQ - \sphericalangle HAM$

$$= \sphericalangle ABC - \sphericalangle HAM = 76^\circ - (\sphericalangle MAL - \sphericalangle PAH)$$

$$= 76^\circ - (90^\circ - 32^\circ) = 76^\circ - 58^\circ = 18^\circ$$